**Tarea 1 Conceptos Básicos de Optimización**

**Estudiante: Carlos Mario Paredes**

**Parte I**

1. Sean:

Si se toman dos elementos que pertenezcan al conjunto S, **:**

Entonces, si se demuestra la siguiente expresión se comprueba que el conjunto S es convexo:

Como los dos elementos **,** pertenecen a S, se cumple lo siguiente

,

Ahora como (1) pertenece a S, también cumple lo siguiente:

Factorizando :

Si los valores obtenidos en (2) se sustituyen en (3) se tiene que:

En este caso queda demostrada la igualdad. Ahora si se desea corroborar la desigualdad, se selecciona una fracción menor que 1 asociado a la inecuación (2) y se sustituye en (3), por ejemplo:

Demostrando así que el conjunto S es un conjunto convexo.

1. Como

Entonces:

Como todos los menores asociados a la matriz son **mayores** que **0** entonces esta matriz es **definida positiva**, por lo tanto, **f** es **estrictamente convexa**.

1. Como

El sistema de ecuaciones resultantes es:

De esta manera los puntos críticos de f son:

Para corroborar que son máximos y/o mínimos se encuentra la Hessiana:

Sus respectivos menores principales son:

**Caso 1: p=0**

Para P1, los menores son:

La matriz es **indefinida. P1** es un **punto de silla.**

Para P2, los menores son:

La matriz es **indefinida.** **P2** es un **punto de silla.**

Para P3, los menores son:

La matriz es **indefinida. P3** es un **punto de silla.**

**Caso 2: p>0**

Para P1, los menores son:

La matriz es **definida negativa**, el punto **P1=(0,0)** es un **máximo**.

Para P2, los menores son:

La matriz es **indefinida,** el punto **P2=(,0**) es un **punto de silla**.

Para P3, los menores son:

La matriz es **indefinida,** el punto **P3=,0)** es un **punto de silla**.

**Caso 3: p<0**

Para P1, los menores son:

La matriz es **indefinida**. **P1** es un **punto de silla.**

Para P2 y P3 aunque se puede corroborar que la Hessiana es definida negativa no tiene sentido por que al ser p<0 los puntos P2 y P3 son puntos que se encontrarían en el plano **Imaginario,** por ende se concluye que este critico no es ni máximo ni mínimo.

**Parte II**

1. Sea f (x, y) la cantidad de calor que se desprende en una reacción química al interactuar x moléculas de un compuesto en y moléculas de otro:

Para determinar el número de moléculas de cada compuesto que maximiza la cantidad de calor, el problema a resolver es el siguiente:

Entonces:

Resolviendo el sistema de ecuaciones lineales, se obtiene que

Entonces se tiene un solo punto crítico en (3,6). Para verificar que es un máximo se calcula la matriz Hessiana en el punto crítico.

Dado M1<0 y M2>0 la matriz Hessiana es **definida negativa**, por lo tanto, el **punto (3,6) es un máximo** y el calor máximo es:

1. El problema a resolver es un problema de mínimos cuadrados, que para n cantidad de datos tomados, es para este caso:

**a)** Tomando los datos de la tabla, el problema a resolver es un problema de minimización, donde se busca encontrar un hiperplano que minimice la suma de los errores al cuadrado.

La función objetivo se puede escribir de la siguiente forma

Para el caso específico Y será igual a los datos tomados de la distancia mientras que el modelo será representado por donde es el regresor y es el parámetro por estimar. Para minimizar esta función objetivo se calcula:

De esta manera se puede plantear el sistema descrito a continuación:

Donde lo que se busca es obtener el parámetro g, usando el resultado anterior:

El problema se resuelve con el siguiente código escrito en Matlab:

clear

clc

close all

%Datos experimentales punto a)

s=[5 19.5 44]'; %Distancia medida en metros

t=[1 2 3]'; %Tiempo en segundos

%Se arma el sistema

Y=s;

phi=t.^2/2;

tetha=phi\Y; %Calculo del parámetro g en m/s^2

g=tetha;

%Comprobando modelo

se=g\*t.^2/2;

plot(t,s,'or')

hold on

plot(t,se)

legend('Datos experimentales','Modelo')

xlabel('Tiempo (s)');

ylabel('Distancia(m)');

grid on

title('Punto 5 a')



De esta manera se obtiene que

**b)** Siguiendo la misma idea, pero con el dato adicional, el sistema a solucionar queda descrito por:

Igualmente se soluciona con Matlab, el siguiente código realiza el procedimiento:

%Datos experimentales punto b)

s=[5 19.5 44 78.5]'; %Distancia medida en metros

t=[1 2 3 4]'; %Tiempo en segundos

%Se arma el sistema

Y=s;

phi=t.^2/2;

tetha=phi\Y; %Calculo del parámetro g en m/s^2

g=tetha;

%Comprobando modelo

se=g\*t.^2/2;

figure

plot(t,s,'or')

hold on

plot(t,se)

legend('Datos experimentales','Modelo')

xlabel('Tiempo (s)');

ylabel('Distancia(m)');

grid on

title('Punto 5 b')

De esta manera se encuentra que el nuevo valor de

